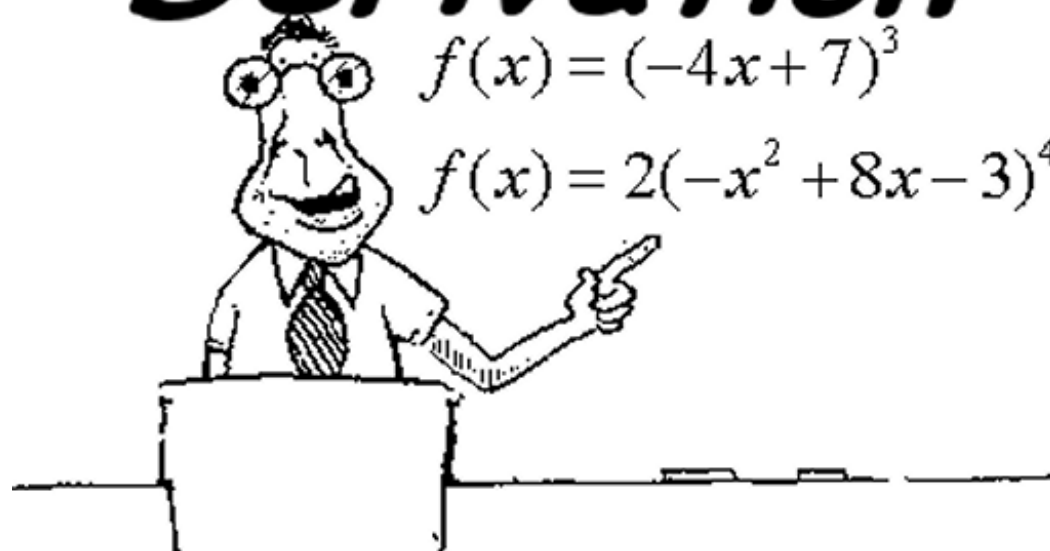


Dérivation



Calcul des dérivées.

Dans les exercices suivants calculer la dérivée des fonctions définies sur l'intervalle I donné par :

Exercice 1

$$f(x) = x^2 + 3x - 4 \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 9 \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 2

$$f(x) = -\frac{3}{2}x^4 - 5x^2 + 9 \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{5}{x} \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 3

$$f(x) = \sqrt{x} + 6x^2 \quad I =]0; +\infty[$$

Exercice 4

$$f(x) = (5x^2 + 3)(-2x^2 + 7x) \quad I = \mathbb{R}$$

$$f(x) = (-4x^2 + 8x - 1)(x^2 + 7) \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 5

$$f(x) = \frac{4}{x-3} \quad I =]3; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{-3}{2x+5} \quad I =]-\infty; -\frac{5}{2}[$$

Exercice 6

$$f(x) = \frac{5x+2}{x-1} \quad I =]1; +\infty[$$

$$f(x) = \frac{1-2x}{3x+4} \quad I =]-\infty; -\frac{4}{3}[$$

Exercice 7

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2-1}$$

$$I=\mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{x^2-2}{x^2+3}$$

$$I=\mathbb{R}$$

Exercice 8

$$f(x) = \frac{x^3-5}{2x+1}$$

$$I=[0;+\infty[$$

$$f(x) = \frac{2x^2-5x+3}{x^2+x+2}$$

$$I=\mathbb{R}$$

Exercice 9

$$f(x) = (1-2x)^2$$

$$I=\mathbb{R}$$

$$f(x) = (x^2+4)^2$$

$$I=\mathbb{R}$$

Exercice 10

$$f(x) = (5x+7)^2$$

$$I=\mathbb{R}$$

$$f(x) = (3x^2+7x-9)^2$$

$$I=\mathbb{R}$$

Exercice 11

$$f(x) = (-4x+7)^3$$

$$I=\mathbb{R}$$

$$f(x) = 2(-x^2+8x-3)^4$$

$$I=\mathbb{R}$$



Dérivée et sens de variation.

Dans les exercices suivants :

- calculer la dérivée de la fonction sur l'intervalle I donné.
- Etudier le signe de la dérivée.
- En déduire les variations de la fonction et dresser le tableau de variation.

Exercice 1

$$f(x) = -3x^2 + 6x + 7 \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 2

$$f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 5 \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 3

$$f(x) = x^4 - 2x^2 \quad I = \mathbb{R}$$

Exercice 4

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad I =]1; +\infty[$$

Exercice 5

$$f(x) = \frac{x^2 + 6}{x^2 - 4} \quad I =]-\infty; -2[$$

Equation d'une tangente.

Dans les exercices suivants déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction au point d'abscisse x_0 .

Exercice 1

$$f(x) = -5x^2 + 3x - 1 \qquad x_0 = 1$$

Exercice 2

$$f(x) = (-2x + 5)^2 \qquad x_0 = -1$$

Exercice 3

$$f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x + 7 \qquad x_0 = 0$$

Exercice 4

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1} \qquad x_0 = 1$$

Exercice 5

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1 + x)^3$.

1/ Calculer la dérivée f' de f

rappel : $(u^n)' = n.u' . u^{n-1}$

2/ a/ Calculer $f(0)$, puis $f'(0)$.

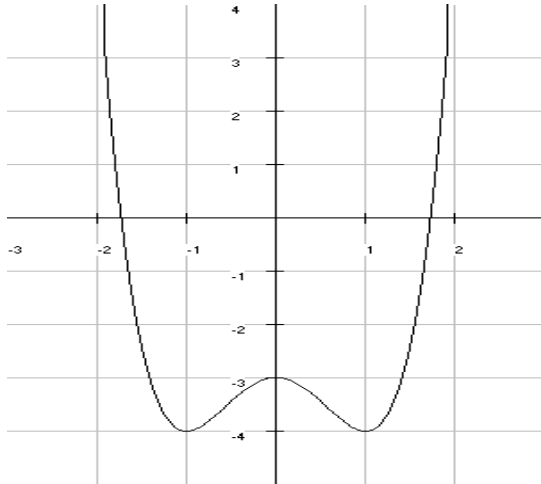
b/ En déduire une équation de T tangente à C_f au point $A(0, f(0))$

3/ Idem avec f définie sur $] -1 ; 1[$ par $f(x) = \frac{1}{1+x}$.

Dérivée et lecture graphique.

Exercice 1

Résoudre graphiquement : $f'(x) = 0$ et $f'(x) > 0$.



Exercice 2

La courbe \mathcal{C} est la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $I = [-2, 2]$. On précise qu'en chacun des points A et B la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

1/ Résoudre graphiquement dans I l'équation $f(x) = 0$.

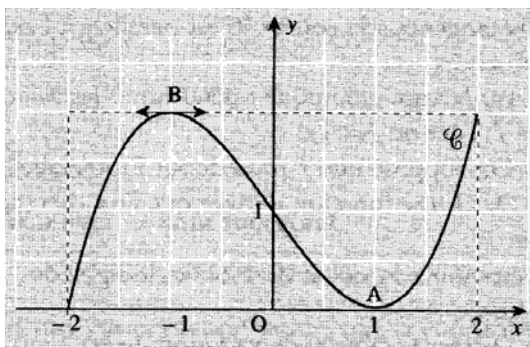
2/ Résoudre graphiquement dans I l'équation $f'(x) = 0$.

3/ Établir le tableau de variation de f . En déduire, dans un tableau, le signe de $f(x)$ lorsque x varie dans I .

4/ On admet maintenant que pour tout nombre réel de I , $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 1$.

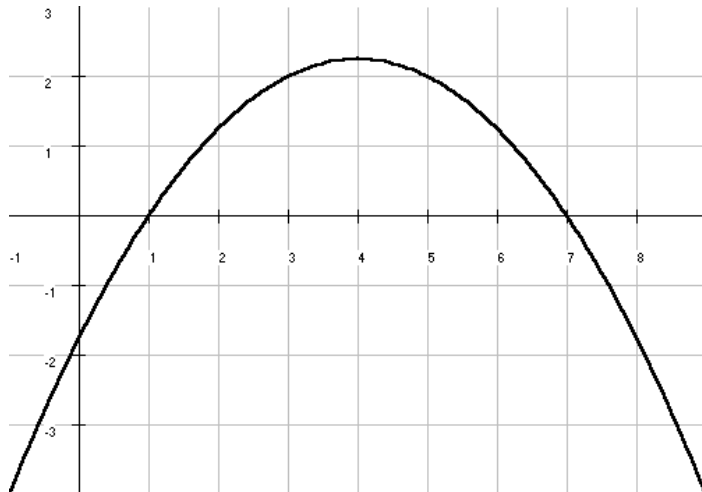
a/ Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 1$

b/ Donner une interprétation graphique des solutions obtenues au a/.



Exercice 3

Voici la courbe \mathcal{C} d'une fonction dérivable sur \mathbb{R}

**1/ Lecture graphique**

a/ Lire sur le dessin les valeurs entières de $f(1)$, $f(3)$ et $f(4)$ sachant que ces valeurs sont des nombres entiers.

b/ Déterminer le signe de $f'(6)$ et de $f'(6)$.

2/ Détermination de la fonction

La fonction f est une fonction polynôme du second degré, définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où a , b et c sont des réels.

a/ Calculer l'expression de $f(x)$ en fonction de a , b et x .

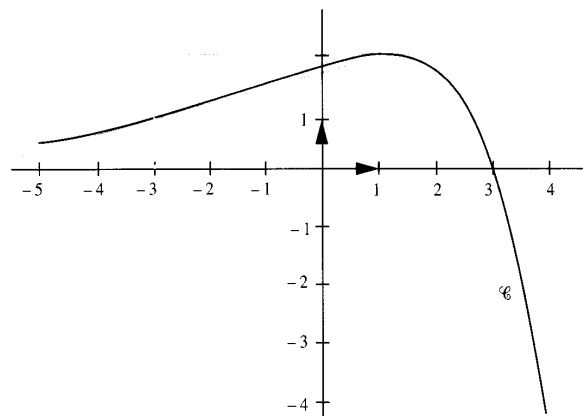
b/ En utilisant les résultats du 1/ a/, écrire un système d'équations d'inconnues a , b et c .

c/ Résoudre ce système et écrire la fonction f obtenue.

Exercice 4

Soit une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R}

La courbe \mathcal{C}_f de f passe par le point de coordonnées $(3 ; 0)$. Les droites (D) et (T) sont tangentes à



cette courbe aux points d'abscisse 1 et -3 .

1/ Donner le nombre de solutions sur $[-5 ; 4]$ de l'équation $f(x) = 1$ et donner un encadrement de chacune de ces solutions par deux entiers consécutifs.

2/ Résoudre sur $[-5 ; 4]$ chacune des deux inéquations suivantes :

a/ $f(x) \geq 0$

b/ $f'(x) \geq 0$

3/ Indiquer celui des trois intervalles suivants qui contient $f(-3)$. (Préciser sa valeur)

$I = [-1 ; 0]$, $J = [0 ; 1]$, $K = [1 ; 2]$.

4/ Discuter graphiquement, suivant les valeurs de m , le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.