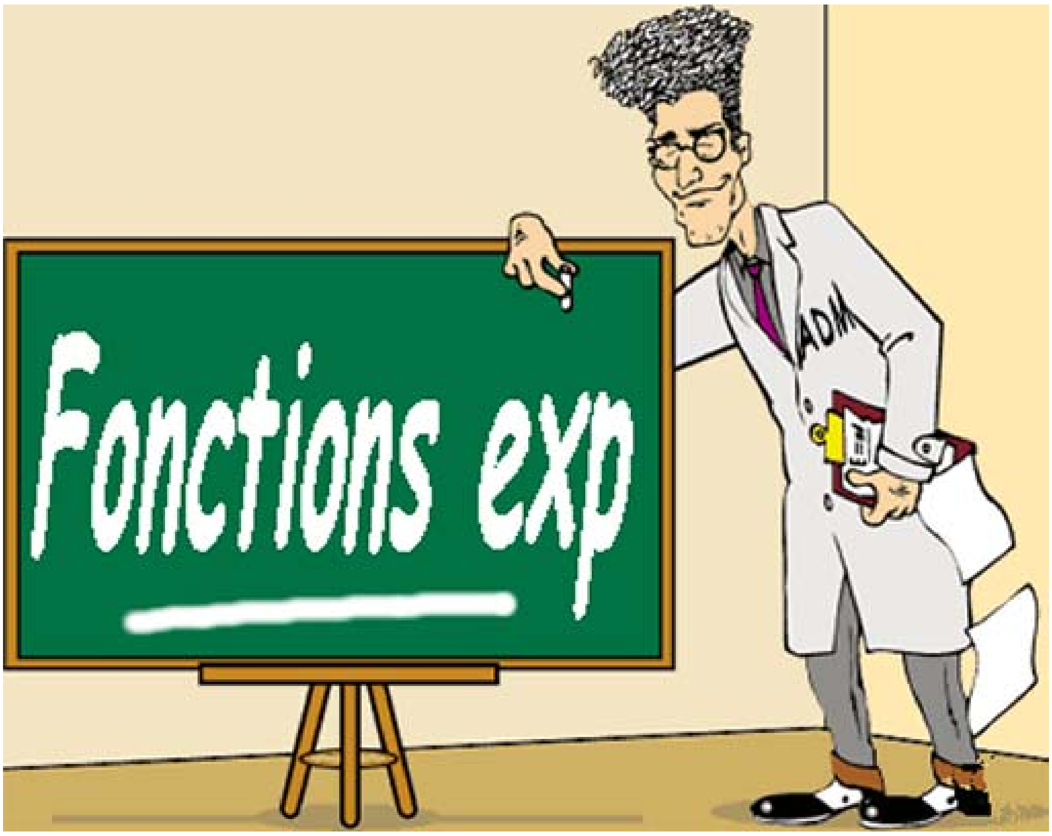

Fonctions exp
ADM

Limites de fonctions Expo.

Dans les exercices suivants calculer les limites proposées

Exercice 1

$$\lim_{x\to+\infty} e^{2x-3}$$

Exercice 2

$$\lim_{x\to+\infty} e^{1-3x}$$

Exercice 3

$$\lim_{x\to-\infty} e^{x^2+4}$$

Exercice 4

$$\lim_{x\to-\infty} (1-2e^{x})$$

Exercice 5

$$\lim_{x\to+\infty} (x-e^{x})$$

Exercice 6

$$\lim_{x\to+\infty} (e^{x}-2x+9)$$

Exercice 7

$$\lim_{x\to+\infty} (e^{2x}-3e^{x}+4)$$

Exercice 8

$$\lim_{x\to+\infty} (\frac{e^{x}-2}{e^{x}+3})$$

Exercice 9

$$\lim_{x\to-\infty} (2x-7)e^{x}$$

Exercice 10

$$\lim_{x\to-\infty} (1-3x)e^{x}$$

Etudes de fonctions Expo. –Tracés de courbes

Dans les exercices suivants , étudier la fonction proposée sur $\Re$ et tracer la courbe représentativ. Pour cela :

- Déterminer les limites aux bornes de l'ensemble de définition
- Calculer la dérivée et étudier son signe
- Faire le tableau de variation
- Remplir un tableau de valeurs
- Tracer la courbe

Exercice1
$f(x) = e^x - 2$

Exercice 2
$f(x) = 3 - e^x$

Exercice 3
$f(x) = 2e^{-x+1}$

Exercice 4
$f(x) = xe^x$

Exercice 5
$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Exercice 6
$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Exercice 7
$f(x) = e^{-2x} - 1$

Exercice 8
$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} - 5$

Problème 1

La fonction f est définie sur IR par f(x)=x+1+e^x

On appelle C la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm).

1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2) a) Montrer que la droite D d'équation y = x + 1 est asymptote à la courbe C.
b) Préciser les positions relatives de C et de D.

3) a) Calculer f '(x) et étudier les variations de f.
b) Dresser le tableau de variation de f.

4) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point A d'abscisse 0.

5) Tracer dans le plan P la courbe C et les droites D et T.

6) Déterminer l'aire du domaine délimité par la courbe C,l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x =ln2.

Problème 2

Soit f la fonction f définie sur $\Re$ par
$f(x) = (1-x)e^{2x}$
. On note Csa courbe représentative dans un plan P muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 3 cm).

1) a) Calculer la limite de f en $+\infty$.
b) Vérifier que, pour tout réel x, on a f (x) = $(e^x - xe^x)e^x$.
c) En déduire la limite de f en $-\infty$.
d) En déduire l'existence d'une asymptote.

2) a) Calculer f '(x) et étudier son signe.
b) En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

3) Tracer la courbe C.

3) On considère la fonction F définie sur IR par :

$$F(x) = (\frac{3-2x}{4})e^{2x}$$

a) Montrer que F est une primitive de f sur IR
b) Calculer, en cm^2, l'aire A de l'ensemble de points M(x, y) tels que

$$\begin{cases} 0 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le f(x) \end{cases}$$

Donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire A.

<u>Problème 3</u>

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(x) = \frac{e^x - 3}{e^x + 1}$$

C est la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

1) a) Déterminer la limite de f en - ∞.
   b) En déduire l'existence d'une asymptote et préciser la position de la courbe C par rapport à cette asymptote.

2) a) Vérifier que, pour tout réel x, on a :

$$f(x) = \frac{1 - 3e^{-x}}{1 + e^{-x}}$$

   b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   c) En déduire l'existence d'une asymptote et préciser la position de la courbe C par rapport à cette asymptote.

3) a) Calculer f '(x) et étudier son signe.
   b) Dresser le tableau de variation de f.

4) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse nulle.

5) Déterminer l'abscisse du point d'intersection A de la courbe C et de l'axe des abscisses.

6)Tracer dans le plan Pla courbe c, ses asymtotes et la droite T

7) a) Vérifier que, pour tout réel x, f peut s'écrire sous la forme :

$$f(x) = -3 + \frac{4e^x}{e^x + 1}$$

   b) Déterminer une primitive de f sur IR.
   c) Calculer l'aire, en cm^2, de la partie du plan délimitée par C, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 1.

Problème 4

Dans ce problème on se propose d'étudier la fonction f définie sur IR par :

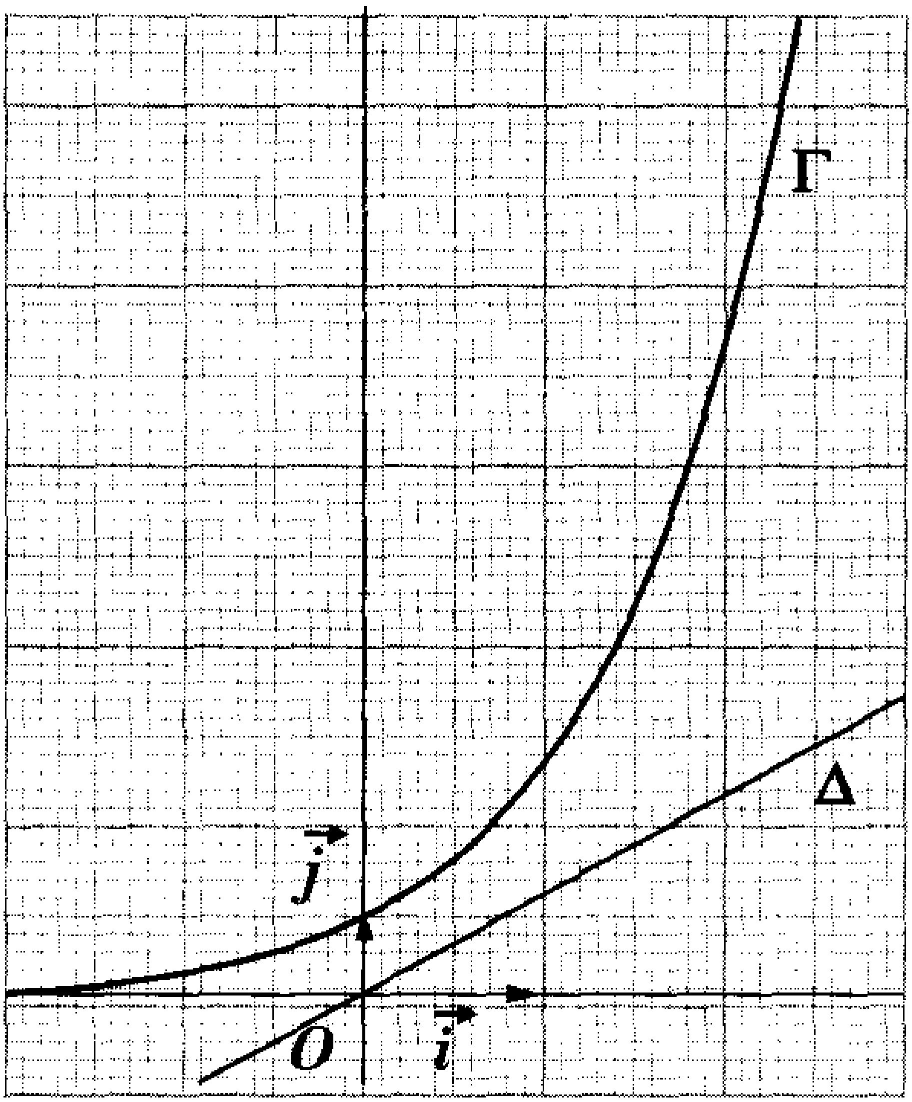
$f(x) = 2e^x - x^2 + 3$

On note C la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm).

1) On considère les fonctions g et h définies sur IR par :

g(x)=e^x et h(x)=x.

On donne ci-dessous leurs représentations graphiques respectives T et Δ dans le repère $(o;\vec{i};\vec{j})$.



Par lecture graphique, donner le signe de $e^x - x$.

2) a) Calculer la limite de f (x) quand x tend vers - ∞

b) Calculer la limite de f (x) quand x tend vers $+\infty$

Pour cela, on pourra écrire, pour x $\neq$ 0, f (x) sous la forme :

$$f(x)=x^2(\frac{2e^x}{x^2}-1)+3$$

3) a) Calculer la dérivée f' de f et étudier le signe de f '(x).
b) Dresser le tableau de variation de f.

4) a) Reproduire le tableau suivant et le compléter en donnant pour chaque valeur de x une valeur approchée à 10^{-1} près :

X	– 3	– 2	– 1	0	1	2	2,2
f(x)							

b) Prouver que l'équation f (x) =0 admet une solution a et une seule dans l'intervalle $[-2;-1]$

Vérifier que $-1.9 \leq a \leq -1.8$
c) Tracer la courbe C.

5) a) Déterminer une primitive F de f sur IR.
b) Calculer, en cm^2, la valeur exacte de l'aire A du domaine plan limité par la courbe C, l'axe (Ox), l'axe (Oy) et la droite d'équation x=1.

Problème 5

La fonction f est définie sur IR par
$f(x)=4-x-e^{-x}$
On appelle C la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1) a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
b) Déterminer la limite de f en $-\infty$.
c) Montrer que la droite D d'équation y = 4 -x est asymptote à la courbe c.
d) Préciser les positions relatives de la courbe C% et de la droite D.

2) a) Calculer f '(x) et étudier son signe.
b) En déduire les variations de f et dresser le tableau de variation de f.

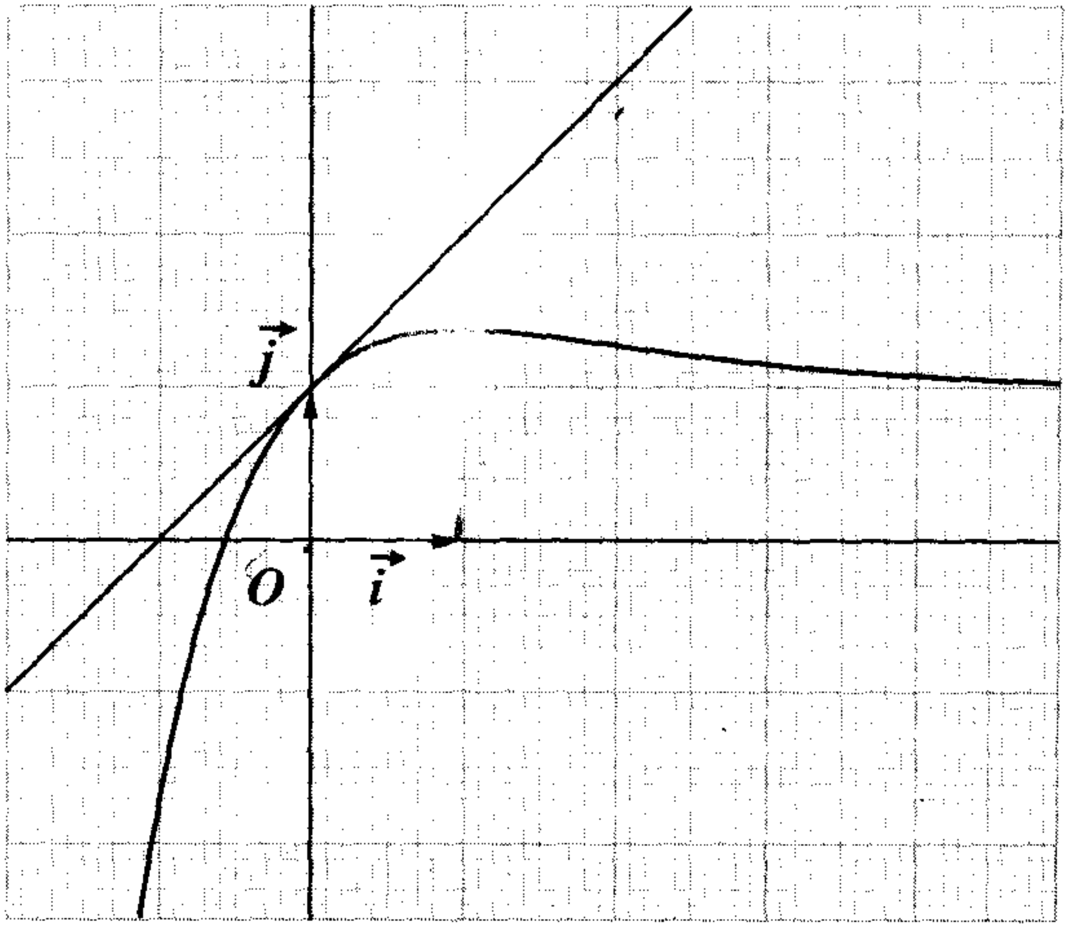
3) Construire la courbe C et la droite D.

4) a) Tracer sur le même dessin la droite Δ d'équation y = -x.
b) Calculer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe C et de la droite Δ .
c) Calculer une équation de la tangente T au point A et la tracer.

4) Calculer l'aire, en cm^2 , du domaine limité par la courbe C, les deux axes et la droite d' équation x = 2.

Problème 6

La courbe c représentée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f, définie sur IR par $f(x) = a + bxe^{-x}$, où a et b sont deux nombres réels. La droite T est la tangente à la courbe C au point d'abscisse nulle.



Partie A

Lecture graphique

1) Lire sur le graphique f (0) et f '(0).

2) En déduire la valeur de a et de b.
Dans la suite du problème, on prend $f(x) = 1 + xe^{-x}$

Partie B

Étude de la fonction

1) Calculer f '(x) et déterminer la tangente à la courbe C au point d'abscisse 1.

2) a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
b) En déduire l'existence d'une asymptote D et préciser les positions relatives de C et de D.

3) Dresser le tableau de variation de f.

3) Prouver que l'équation f (x) = 0 admet une solution a et une seule telle que
$-1 < a < -\frac{1}{2}$

Partie C

Calcul d'une intégrale

1) On considère la fonction F définie sur IR par :

$$F(x) = x - (x+1)e^{-x}$$

Montrer que F est une primitive de f sur IR.

2) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe C, les deux axes et la droite d'équation x=1.