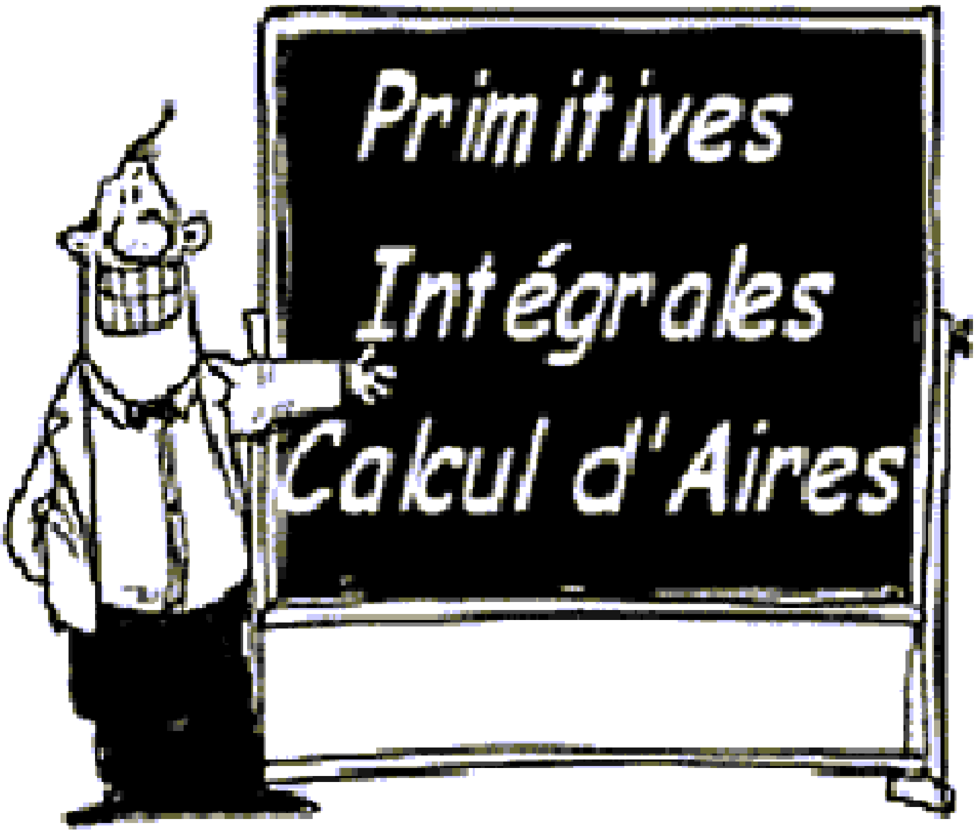

Primitives
Intégrales
Calcul d'Aires

Calculs de Primitives , d'Intégrales et calcul d'Aires.

Calcul de primitives

Dans les exercices suivants déterminer une primitive des fonctions sur l'intervalle donné I.

Exercice 1

$f(x) = x + 7$ I=$\mathbb{R}$

Exercice 2

$f(x) = 5x - 4$ I=$\mathbb{R}$

Exercice 3

$f(x) = x^2 - 5x - 4$ I=[-5;7]

Exercice 4

$f(x) = 4x^3 + 2x$ I=$\mathbb{R}$

Exercice 5

$f(x) = -3x^5 - 8x^2 + 6x - 1 + 7$ I=[0;+∞[

Exercice 6

$f(x) = \frac{1}{x^2}$ I=]0;+∞[

Exercice 7

$f(x) = -\frac{5}{x^3}$ I=]-∞; 0[

Exercice 8

$f(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$ I=]0; +∞[

Exercice 9

$f(x) = \frac{x^2}{3} + \frac{3}{\sqrt{x}}$ I=]0; +∞[

Exercice 10

$f(x) = 2x(x^2 + 3)$ I=[2; 9]

Exercice 11

$f(x) = x(x^2 - 5)$ I=$\mathbb{R}$

Exercice 12

$$f(x)=(x+1)(x^2+2x-7)\quad \text{I=[0;10]}$$

Exercice 13

$$f(x)=(2x+4)(x^2+4x-7)^2\quad \text{I=}\mathbb{R}$$

Exercice 14

$$f(x)=\frac{x-1}{(x^2-2x+3)^2}\quad \text{I=[-2;5]}$$

Exercice 15

$$f(x)=\frac{3x}{(2x^2-7)^2}\quad \text{I=}[2;+\infty[$$

Exercice 16

$$f(x)=2x-\frac{1}{x}\quad \text{I=}]0;+\infty[$$

Exercice 17

$$f(x)=\frac{1}{x-1}\quad \text{I=}]1;+\infty[$$

Exercice 18

$$f(x)=\frac{1}{2x+3}\quad \text{I=[-1;4]}$$

Exercice 19

$$f(x)=\frac{3}{4x+71}\quad \text{I=}]-\infty;-5]$$

Exercice 20

$$f(x)=e^x+x\quad \text{I=}\mathbb{R}$$

Exercice 21

$$f(x)=e^{-x}+3x-5\quad \text{I=}\mathbb{R}$$

Exercice 22

$$f(x)=2e^{2x}-x+3\quad \text{I=}\mathbb{R}$$

Exercice 23

$$f(x)=e^x(e^x-2)^2\quad \text{I=}\mathbb{R}$$

Dans les exercices suivants déterminer pour chaque fonction , sur l’intervalle I donné, la primitive vérifiant la condition imposée.

Exercice 1

$$f(x)=6x^3-2\quad \text{I=[-1;5]}\qquad \text{F(3)=6}$$

Exercice 2

$f(x)=5x^2-3x-2$ I=ℝ F(2)=25

Exercice 3

$f(x)=\frac{2}{x^2}$ I=]0;+∞[F(-1)=3

Exercice 4

$f(x)=\frac{-3}{x^2}$ I=[1;9] F($\frac{1}{2}$)=-3

Calcul d'intégrales

Dans les exercices suivants déterminer les intégrales.

Exercice 1

$$\int_0^2 (-2x+3)dx$$

Exercice 2

$$\int_{-1}^3 (\frac{x}{2}-1)dx$$

Exercice 3

$$\int_{-1}^1 (\frac{x^2}{2}+1)dx$$

Exercice 4

$$\int_0^3 (3x^2+2x-1)dx$$

Exercice 5

$$\int_1^3 (\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2})dx$$

Exercice 6

$$\int_1^3 (x+\frac{2}{x^2})dx$$

Exercice 7

$$\int_1^2 (\frac{3}{x^2})dx$$

Exercice 8

$$\int_{-1}^{0} x(x^2+4)dx$$

Exercice 9

$$\int_{-2}^{1} \frac{2x}{(x^2+7)^2}dx$$

Exercice 10

$$\int_{0}^{1} (4x+7)(2x^2+7x-10)^2 dx$$

Exercice 11

$$\int_{1}^{2} (x-2)(x^2-4x+7)^3 dx$$

Exercice 12

$$\int_{2}^{3} \frac{2x}{(x^2-1)^3}dx$$

Exercice 13

$$\int_{1/2}^{3/2} \frac{6}{(x+5)^3}dx$$

Exercice 14

$$\int_{1}^{e} \frac{2}{x}dx$$

Exercice 15

$$\int_{0}^{1} \frac{3}{x-4}dx$$

Exercice 16

$$\int_{e}^{2e} \frac{\ln x}{x}dx$$

Exercice 17

$$\int_{0}^{1} \frac{2x}{x^2+1}dx$$

Exercice 18

$$\int_{1}^{e} \frac{x^2+2}{x}\,dx$$

Exercice 19

$$\int_{2}^{3} \frac{3x}{x^2-1}\,dx$$

Exercice 20

$$\int_{0}^{1} (e^x+1)dx$$

Exercice 21

$$\int_{-2}^{0} e^{-2x}dx$$

Exercice 22

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{(e^x-1)^3}\,dx$$

Exercice 23

$$\int_{0}^{1} \frac{e^x}{e^x+1}\,dx$$

Exercice 24

$$\int_{0}^{\ln 3} e^{-x}(e^{-x}+1)dx$$

Intégration par parties

Exercice 1

$$\int_{1}^{e} (x-e)\ln x dx$$

Exercice 2

$$\int_{1}^{e} x^2 \ln x dx$$

Exercice 3

$$\int_{1}^{2} \frac{1}{x^2}\ln x dx$$

Exercice 4

$$\int_{\ln 2}^{\ln 3} xe^{2x}dx$$

Exercice 5

$$\int_{1}^{e} (1-x)e^{-x}dx$$

Exercice 6

$$\int_{0}^{1} xe^{-x}dx$$

Exercice 7

$$\int_{1}^{e} \ln x dx$$

Exercice 8

$$\int_{1}^{e} \ln(3x)dx$$

Exercice 9

$$\int_{0}^{2} xe^{-2x}dx$$

Exercice 10

$$\int_{0}^{1} (x-1)e^{x}dx$$

Calcul d'aires

Exercice 1

Dans le plan P, construire sur l'intervalle [0 ;7] la représentation graphique de la fonction définie par $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+9$

On appelle C l'ensemble des points M(x ;y) tels que

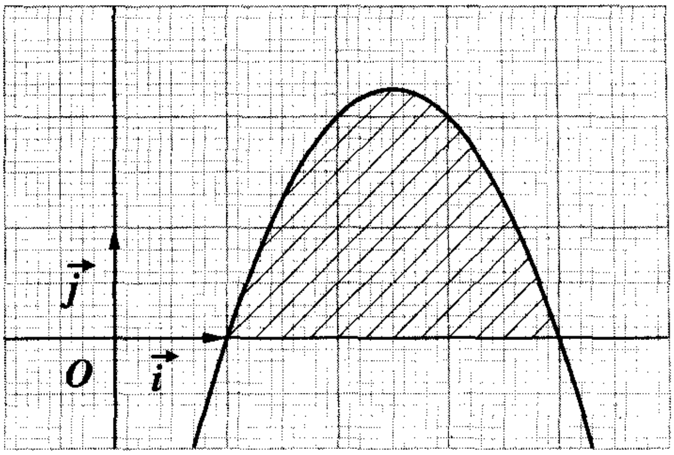
$$\begin{cases} 1 \le x \le 6 \\ 0 \le y \le f(x) \end{cases}$$

Hachurer la partie du plan représentant C.

Calculer l'aire du domaine de C.

Exercice 2

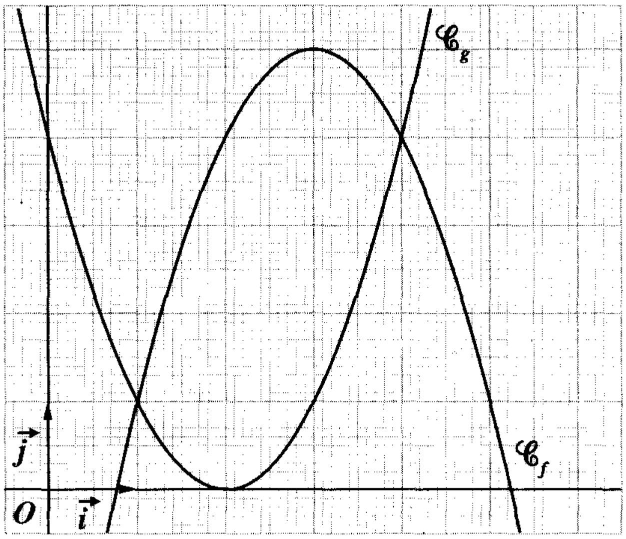
La partie du plan coloriée est le domaine délimité par l'axe des abscisses et la parabole d'équation $y=-x^2+5x-4$



Calculer l'aire, exprimée en cm^2 , de ce domaine.

Exercice 3

Les fonctions f et g définies respectivement sur [0 ;5] par : $f(x) = -x^2 + 6x - 4$ et $g(x) = (x-2)^2$ sont représentées ci dessous



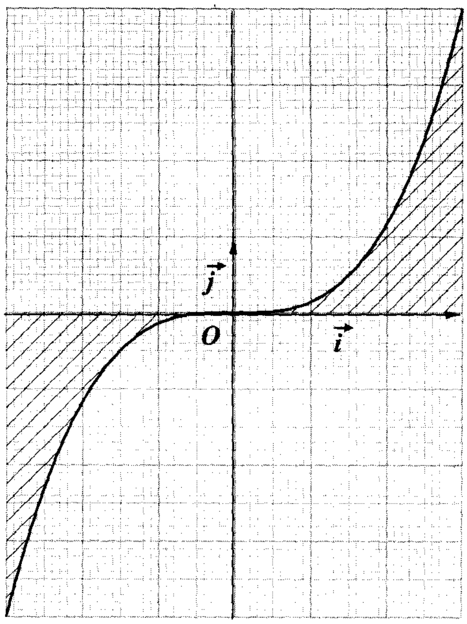
a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des deux courbes
b) Préciser les positions relatives des deux courbes.
c) Calculer l'aire du domaine délimité par les deux courbes.

Exercice 4

La courbe C figurant sur la graphique ci après, est la représentation graphique de la fonction f définie sur I=[-1 ;1] par $f(x) = 4x^3$

Les unités graphiques sont : 3 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 sur l'axe des ordonnées.

La partie hachurée représente la partie du plan par les droites d'équation x=-1 et x=1, la courbe C et l'axe des abscisses.

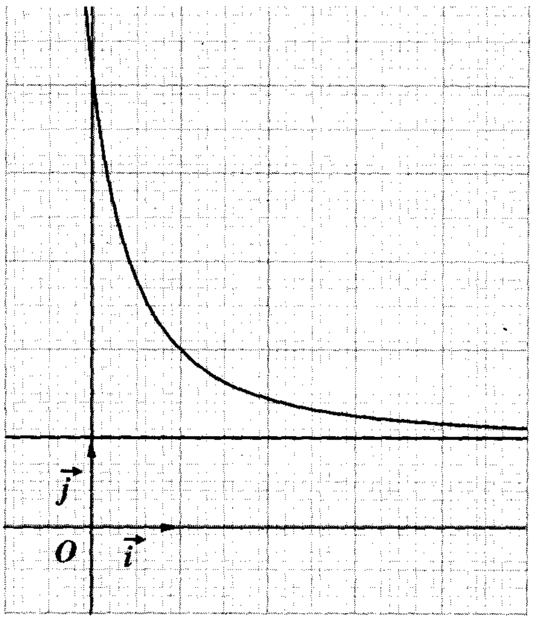


Calculer l'aire du domaine de C exprimée en cm^2.

Exercice 5

La fonction f est définie sur $]-1;+\infty[$ par :

$$f(x)=1+\frac{4}{(x+1)^2}$$



Le dessin précédent donne la courbe représentative C de f ainsi que son asymptote D dans le plan P rapporté à un repère orthonormal $(o;\vec{i};\vec{j})$ (unité graphique : 1cm)

Montrer que la courbe C est au dessus de son asymptote

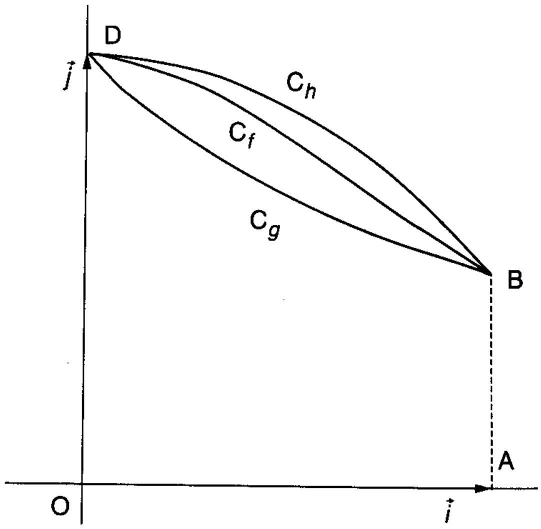
Calculer l'aire, en cm^2, du domaine délimité par la courbe c, son asymptote D et les droites d'équations x=0 et x=4

Exercice 6

f, g et h sont trois fonctions définies sur le même intervalle $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}\ ;\quad g(x) = \frac{1}{1+x}\ ;\quad h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 1.$$

On appelle C_f, C_g et C_h les courbes représentatives respectives des fonctions f, g et h. Ces courbes sont données ci-dessous dans le plan rapporté au repère orthonormal $(O\,;\,\vec{i},\,\vec{j})$. Unité graphique : 5 cm.



1. Par lecture graphique, comparer $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ pour x élément de $[0\,;\,1]$.

2. a. Calculer la valeur exacte de l'intégrale J : $J = \int_0^1 g(x)\,dx$.

b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale K : $K = \int_0^1 h(x)\,dx$.

3. Utiliser les résultats de la question **1.** pour trouver un encadrement de l'intégrale I :

$$I = \int_0^1 f(x)\,dx.$$

Ne pas chercher à calculer I.

4. a. Calculer l'approximation à 10^{-3} près par défaut de la moyenne arithmétique I_1 des deux nombres J et K.

b. Calculer l'aire T du trapèze OABD.

c. Sachant que la valeur exacte de I est $\frac{\pi}{4}$, quelle est, de I_1 et de T, la meilleure approximation de I ?