# Fiche sur le P.G.C.D

## Calcul du P.G.C.D par la division Euclidienne

*Exemple* : Calculer le P.G.C.D.(5148,1396)

$5148 = 1386 \times 3 + 990$
$1386 = 990 \times 1 + 396$
$990 = 396 \times 2 + 198$
$396 = 198 \times 2 + 0$
donc
PGCD ( 5148 ; 1396 ) = 198

| | |
|---|---|
| 5148 | 1386 |
| 1386 | 990 |
| 990 | 396 |
| 396 | 198 |
| **98** | **0** |

## Rendre une fraction irréductible

En utilisant le calcul du P.G.C.D. ci dessus nous pouvons écrire

$$\frac{5148}{1386} = \frac{198 \times 26}{198 \times 7} = \frac{26}{7}$$

## Nombres premiers entre eux

Le P.G.C.D. des 2 nombres doit être égal à 1

*Exemple* : Montrer que 10 et 7 sont premiers entre eux

En utilisant la division Euclidienne nous pouvons montrer que P.G.C.D.(1 ;7) = 1
Donc 10 et 7 sont premiers entre eux.

## Résolution d'un problème type

*Exemple :*
Marc a 108 billes rouges et 135 noires.
Il veut faire des paquets de sorte que :
-Tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges.
-Tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires.
-Toutes les billes sont utilisées.

a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?
b) Combien y aura-t-il de billes dans chaque paquets ?

**Réponses**
a)Un nombre de paquets est un diviseur commun au deux nombres 108 et 135, on cherche donc le pgcd de ces deux nombres pour obtenir le nombre maximum de paquets.
Pour cela on utilise par exemple l'algorithme d'Euclide :
Qui nous donne après calcul PGCD(108 ; 135) = 27
Le nombre maximum de paquets pouvant être réalisé est 27.

b) Il y aura $\frac{108}{27} = 4$ billes rouges. $\frac{135}{27} = 5$ billes noires. $5 + 4 = 9$ paquets de billes.

Conclusion
Il faut 9 paquets de billes qui contiendra chacun 4 billes rouges et 5 billes noires.